
Programme de khôlle n° 18

Semaine du 9 Mars

Cours

- **Chapitre 11 : Espaces vectoriels**

- $\mathbb{R}$ -espaces vectoriels, structure d'espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$, de $\mathbb{R}_n[X]$, de $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ et de l'ensemble des fonctions d'une partie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
- Sous-espaces vectoriels, s-e.v. engendrés par une famille de vecteurs, l'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^p$. L'intersection de 2 s-e.v. est un s-e.v.. Droites vectorielles. Les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^2$ sont $\{0\}$, les droites vectorielles, et $\mathbb{R}^2$.
- Famille génératrice, famille libre, base. Théorème de la base incomplète, dimension. Décomposition unique d'un vecteur dans une base. Une famille libre d'un e.v. de dimension n a au plus n éléments avec égalité ssi c'est une base, une famille génératrice d'un e.v. de dimension n a au moins n éléments avec égalité ssi c'est une base. Si $F \subset E$ alors $\dim(F) \leq \dim(E)$ avec égalité ssi $F = E$.
- Base et dimension de $\mathbb{R}_n[X]$ et de $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$. Une famille de polynômes échelonnées en degré est libre.

Questions de cours et exercice

- **Questions de cours**

- Si $u_1, \dots, u_p$ sont des vecteurs d'un $\mathbb{R}$ -e.v. E alors $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p) = \{\sum_{k=1}^p \lambda_k e_k \mid (\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \mathbb{R}^p\}$ est un sous-espace vectoriel de E .
- L'ensemble des solutions d'un système homogène linéaire à coefficients réels à p inconnues est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^p$.
- L'intersection de deux sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.